

つしかないうような場合には当然妥当な解を与えない。後に、モデルの適用について考察するが、とにかく、ここでは近似解を紹介しよう。

体積弾性率

まず、1つの球からなる特別な場合を取り上げよう。そして、なぜその結果を等価剛性モデルとして用いることができるのかについて検討しよう。1つの球からなるモデルでは、その外境界に静水圧 p がかかっている。つまり、

$$r = b, \quad \sigma_{rr} = p \quad \text{① 1つの球介在物を 図2.2 の様に含むモデルの責} \quad (3.1)$$

である。またこのモデルと等価な均質材料からなるモデル（等価モデル）にも同じ静水圧 p がかかっているとしよう。

そこで、もし2つの体積膨張が等しければ、外境界における両者の変位は等しくなるはずである。これを利用して、1つの球からなるモデルの体積弾性率を出してみよう。

1つの球からなるモデルの釣り合いの式は

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{2}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = 0 \quad (3.2)$$

によって与えられる。このとき、 $\sigma_{\phi\phi} = \sigma_{\theta\theta}$ が用いられている。この式を変位に書き直すと

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{r^2} u_r = 0 \quad (3.3)$$

となる。(3.3) の解は次式にて与えられる。

$$u_r = Ar + \frac{B}{r^2}$$

介在物とマトリックスに対する変位の解として、次のものを採用しよう。

$$\begin{aligned} u_{ri} &= A_i r \\ u_{rm} &= A_m r + \frac{B_m}{r^2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

ここで、介在物に対する B_i の項は特異性を除くために消去されている。このとき、それぞれの応力は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_{rri} &= (3\lambda_i + 2\mu_i) A_i \\ \sigma_{rrm} &= (3\lambda_m + 2\mu_m) A_m - 4\mu_m \frac{B_m}{r^3} \end{aligned} \quad (3.5)$$

3つの定数に対する境界条件

$$\begin{aligned} r = a, \quad u_{ri} &= u_{rm} \\ \sigma_{rri} &= \sigma_{rrm} \end{aligned} \quad (3.6)$$

が (3.1) と一緒に適用される。これより次式を得る。